

ДЕПАРТАМЕНТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ АДМИНИСТРАЦИИ ВОЛГОГРАДА
Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Лицей №1 Красноармейского района Волгограда»
Брестская ул., д. 15, Волгоград, 400096. Тел. (8442) 61-01-62. Факс (8442) 65-31-55.
ОКПО 10537635, ОГРН 1033401196949, ИНН/КПП 3448013142/344801001

РАССМОТРЕНО

на заседании МО учителей
математики, информатики и
физики МОУ Лицея № 1

Руководитель МО

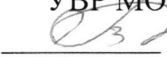
 К.А.Сисеров

протокол № 7

от « 16 » июня 2026г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора по
УВР МОУ Лицея № 1

 Андреева Г.В./

«31» августа 2026 г

УТВЕРЖДЕНО

Директор МОУ Лицей № 1
Звонникова Л.В.

приказ № 355

«31» августа 2026 года



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры
применения»

(наименование учебного предмета(курса, модуля); курса внеурочной деятельности

среднее общее образование

(уровень общего образования (НО, ОО, СОО)

2 года

(срок реализации программы)

Разработчик/составитель программы: Шмадченко Е.А.

(Ф.И.О. учителя, составившего рабочую программу)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Модифицированная рабочая программа учебного курса разработана на основе авторской программы элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» Гомонова С. А., кандидата физико-математических наук (Элективные курсы в профильном обучении. Образовательная область «Математика» /Министерство образования РФ.- М.: Вита-Пресс , 2004.)

Учебный курс «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения алгебры, вероятности и статистики, информатики и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Овладение абстрактными и логически строгими конструкциями данного курса развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения лежит деятельностный принцип обучения. Содержание курса объединено в 7 тематических модуля: числовые неравенства и их свойства; основные методы установления истинности неравенств с переменными; метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств; неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач; средние степенные величины; неравенство Чебышева, неравенства и системы неравенств.

По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и

совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

В учебном курсе «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей и интерпретации полученных результатов. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса.

Место курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» в школьном учебном плане

В учебном плане школы на изучение курса в 10 и 11 классах отводится 68 часов (1 час в неделю): 10 класс – 34 часа, 11 класс – 34 часа.

Содержание курса.

10 класс

1. Числовые неравенства и их свойства.

Понятие положительного, отрицательного числа, числа нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятия «больше», «меньше», «не больше» и «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

Сравнение двух чисел по «определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами.

2. Неравенства с переменными. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.

Неравенства с переменными. Неравенство – следствие, равносильное неравенство. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод подстановки, метод оценивания, метод использования тождества.

3. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств.

Математическая индукция. Схема применения метода математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции,

примеры. Решение неравенств с параметром. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Средние величины и неравенства Коши. Многообразие средних величин.

4. Применение неравенства Коши-Буняковского к решению задач.

Теорема, устанавливающая соотношение Коши-Буняковского, геометрическая интерпретация этого неравенства. Векторный вариант его записи для $n = 2$.

11 класс

5. Средние степенные величины.

Среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое, квадратическое и соотношения между ними.

Многообразие средних величин. Средние величины в школьном курсе математики, физике. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

6. Неравенство Чебышева

Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

Геометрические неравенства. Нетрадиционные способы доказательства традиционных неравенств.

Общий вид некоторых неравенств для элементов треугольника.

Геометрические неравенства. Нетрадиционные способы доказательства традиционных неравенств.

Доказательство условных неравенств. Равенства и неравенства в одном условии.

Нестандартные примеры неравенств. Разбор разных способов решения неравенств.

7. Неравенства и системы неравенств.

Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.

Приемы решения неравенств, систем неравенств. Разбор неравенств содержащих переменную под знаком модуля. Решение тригонометрических неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.

Иррациональные неравенства.

Сведение решения иррационального неравенства к решению тригонометрического неравенства. Решение нестандартных неравенств. Решение неравенств с использованием свойств входящих в них функций.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА: СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ И ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ» НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур.

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) трудового воспитания:

интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

6) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы,

обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Предметные результаты:

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» :

- применять основные методы сравнения двух чисел;
- определять средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое двух положительных чисел, их геометрическую интерпретацию;
- применять основные способы доказательства истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод использования тождеств, метод введения новых переменных, метод оценивания;
- применять метод математической индукции для доказательства неравенств;
- применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Чебышева, Бернулли;
- применять замечательные неравенства для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций, решения несложных задач на оптимизацию;
- иметь представление о неравенствах между средними степенными

Тематическое планирование

№п /п	Тема	Количество часов	цифровые образовательные ресурсы
10 класс			
1	Числовые неравенства и их свойства.	10	http://school-collection.edu.ru/
2	Неравенства с переменными. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.	11	http://school-collection.edu.ru/
3	Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств.	7	http://school-collection.edu.ru/
4	Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач.	6	http://school-collection.edu.ru/

	Всего	34	
11 класс			
5	Средние степенные величины.	9	http://school-collection.edu.ru/
6	Неравенство Чебышева.	12	http://school-collection.edu.ru/
7	Неравенства и системы неравенств.	13	http://school-collection.edu.ru/
	Всего	34	

Поурочное планирование 10 класс

№ п/ п	Тема урока	Количес тво часов	Дата изучен ия	Электронные цифровые образовательные ресурсы
	Числовые неравенства и их свойства	10ч		
1	Строгие числовые неравенства и их простейшие свойства	1	1н	http://school-collection.edu.ru/
2	Строгие числовые неравенства и их простейшие свойства	1	2н	
3	Нестрогие числовые неравенства и их простейшие свойства	1	3н	http://school-collection.edu.ru/
4	Сравнение двух действительных чисел «по определению».	1	4н	http://school-collection.edu.ru/
5	Сравнение двух положительных действительных чисел путем сравнения с единицей их отношения.	1	5н	http://school-collection.edu.ru/
6	Сравнение действительных чисел с помощью сравнения их степеней.	1	6н	http://school-collection.edu.ru/
7	Метод сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа.	1	7н	http://school-collection.edu.ru/
8	Сравнение значений числовых выражений методом оценок	1	8н	http://school-collection.edu.ru/
9	Решение задач на доказательство числовых неравенств	1	9н	http://school-collection.edu.ru/
10	Решение задач на доказательство числовых неравенств	1	10н	
	Неравенства с переменными. Основные методы решения задач	11ч		

	на установление истинности неравенств с переменными			
11	Понятие неравенства с переменными и его решение.	1	11н	http://school-collection.edu.ru/
12	Неравенство-следствие.	1	12н	http://school-collection.edu.ru/
13	Равносильные неравенства.	1	13н	http://school-collection.edu.ru/
14	Опровержимые неравенства.	1	14н	http://school-collection.edu.ru/
15	Метод оценивая и метод введения новых переменных	1	15н	http://school-collection.edu.ru/
16	Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.	1	16н	http://school-collection.edu.ru/
17	Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.	1	17н	
18	Частные случаи неравенства Коши.	1	18н	http://school-collection.edu.ru/
19	Частные случаи неравенства Коши.	1	19н	
20	Применение неравенства Коши для нахождения наибольших и наименьших значений функций	1	20н	http://school-collection.edu.ru/
21	Неравенство Коши в задачах прикладного характера.	1	21н	http://school-collection.edu.ru/
	Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств	7ч		
22	Метод перебора всех возможных вариантов и математическая индукция.	1	22н	http://school-collection.edu.ru/
23	Метод перебора всех возможных вариантов и математическая индукция.	1	23н	
24	Схема применения принципа математической индукции.	1	24н	http://school-collection.edu.ru/
25	Применение метода математической индукции при доказательстве неравенств с переменными	1	25н	http://school-collection.edu.ru/
26	Некоторые модификации принципа математической индукции.	1	26н	http://school-collection.edu.ru/
27	Неравенство Коши для	1	27н	http://school-

	произвольного числа элементов.			collection.edu.ru/
28	Неравенство Коши для произвольного числа элементов.	1	2н	
	Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач	6ч		
29	Неравенство Коши-Буняковского.	1	29н	http://school-collection.edu.ru/
30	Теорема, устанавливающая соотношение Коши–Буняковского.	1	30н	http://school-collection.edu.ru/
31	Геометрическая интерпретация неравенства Коши–Буняковского.	1	31н	http://school-collection.edu.ru/
32	Векторный вариант записи неравенства Коши–Буняковского для $n = 2$	1	32н	http://school-collection.edu.ru/
33	Применение неравенства Коши-Буняковского к решению задач.	1	33н	http://school-collection.edu.ru/
34	Применение неравенства Коши-Буняковского к решению задач.	1	34н	

11 класс

№ п/п	Тема урока	Количество часов	Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
	Средние степенные величины	9ч		
1	Среднее арифметическое, геометрическое и соотношения между ними.	1	1н	http://school-collection.edu.ru/
2	Среднее арифметическое, геометрическое и соотношения между ними.	1	3н	
3	Среднее гармоническое, квадратическое и соотношения между ними.	1	3н	http://school-collection.edu.ru/
4	Среднее гармоническое, квадратическое и соотношения между ними.	1	4н	
5	Средние величины в школьном курсе математики, физике.	1	5н	http://school-collection.edu.ru/
6	Геометрическая интерпретация.	1	6н	http://school-collection.edu.ru/
7	Четыре средние линии трапеции.	1	7н	http://school-collection.edu.ru/

8	Среднее арифметическое взвешенное и его свойства.	1	8н	http://school-collection.edu.ru/
9	Средние степенные и средние взвешенные степенные.	1	9н	http://school-collection.edu.ru/
	Неравенство Чебышева.	12ч		
10	Неравенство Чебышева и некоторые простейшие его обобщения.	1	10н	http://school-collection.edu.ru/
11	Обобщение неравенств Чебышёва и Коши- Буняковского.	1	11н	http://school-collection.edu.ru/
12	Обобщение неравенств Чебышёва и Коши- Буняковского.	1	12н	
13	Геометрические неравенства.	1	13н	http://school-collection.edu.ru/
14	Геометрические неравенства.	1	14н	
15	Нетрадиционные способы доказательства традиционных неравенств.	1	15н	http://school-collection.edu.ru/
16	Общий вид некоторых неравенств для элементов треугольника.	1	16н	http://school-collection.edu.ru/
17	Доказательство условных неравенств.	1	17н	http://school-collection.edu.ru/
18	Равенства и неравенства в одном условии.	1	18н	http://school-collection.edu.ru/
19	Примеры нестандартных неравенств.	1	19н	http://school-collection.edu.ru/
20	Разбор разных способов решения неравенств.	1	20н	http://school-collection.edu.ru/
21	Разбор разных способов решения неравенств.	1	21н	
	Неравенства и системы неравенств	13ч		
22	Приемы решения неравенств, систем неравенств.	1	22н	http://school-collection.edu.ru/
23	Приемы решения неравенств, систем неравенств.	1	23н	
24	Разбор неравенств содержащих переменную под знаком модуля.	1	24н	http://school-collection.edu.ru/
25	Разбор неравенств содержащих переменную под знаком модуля.	1	25н	
26	Решение тригонометрических неравенств , содержащих переменную под знаком модуля.	1	26н	http://school-collection.edu.ru/
27	Решение систем	1	27н	http://school-

	тригонометрических неравенств , содержащих переменную под знаком модуля.			collection.edu.ru
28	Решение тригонометрических неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.	1	28н	
29	Иррациональные неравенства.	1	29н	http://school- collection.edu.ru/
30	Сведение решения иррационального неравенства к решению тригонометрического неравенства.	1	30н	http://school- collection.edu.ru/
31	Сведение решения иррационального неравенства к решению тригонометрического неравенства.	1	31н	
32	Решение нестандартных неравенств.	1	32н	http://school- collection.edu.ru/
33	Решение нестандартных неравенств.	1	33н	
34	Решение неравенств с использованием свойств входящих в них функций.	1	34н	http://school- collection.edu.ru/

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1) Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения .10-11 класс: учебное пособие.- М.: Дрофа, 2007

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1) Гомонов С.А. Замечательные неравенства Методические рекомендации к курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения.» - М.: Дрофа, 2007.

2) Фальке Л.Я., Лисничук Н.Н. и др. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе. М.: “Илекса”, 2006.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ ЦИФРОВЫЕ

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов [http://school-
collection.edu.ru/](http://school-collection.edu.ru/)

